

Mengenlehre:

A, B Mengen,

$A \cap B = \{ \text{Elemente aus } A \text{ und } B, \text{ die sowohl in } A \text{ als auch in } B \text{ liegen} \}$

$A \cup B = \{ \text{Elemente aus } A \text{ und } B, \text{ die in } A \text{ oder in } B \text{ oder in beiden Mengen liegen} \}$

$A \setminus B = \{ \text{Elemente aus } A, \text{ die nicht in } B \text{ liegen} \}$

$$C_A B = A \setminus B$$

$$M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$

$$A = \{ \underline{1}; \underline{2}; \underline{3}; \underline{4}; \underline{5}; \underline{6} \} \subseteq M,$$

$$B = \{ \underline{4}; \underline{5}; \underline{6}; \underline{7}; \underline{8} \} \subseteq M$$

$$A \cap B = \{4; 5; 6\},$$

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\},$$

$$C_M(A) = \{7; 8; 9; 10\}, \quad C_M(B) = \{1; 2; 3; 9; 10\}$$

$$A \setminus B = \{1; 2; 3\}, \quad B \setminus A = \{7; 8\}.$$

Grundrechenarten - Pktzug vor Strichzug

$$a) 2 - 3 + 2 - 1 - 5 = -1 + 2 - 1 - 5 = 1 - 1 - 5 = \underline{\underline{-5}}$$

$$b) 2,1 \cdot 3 + (-2) \cdot 3 + 2 \cdot (-3,5) + 5 \cdot 6$$

$$= 6,3 + (-6) + (-7) + 30$$

$$= 6,3 - 6 - 7 + 30 = 0,3 - 7 + 30 = -6,7 + 30$$

$$= \underline{\underline{23,3}}$$

"Größer" und "kleiner":

$$A = 1,37 \cdot 2,05 ; B = 235 : 153 ;$$

$$C = (-7,45) \cdot 3,1415 ; D = -7,45 + 3,1 ;$$

$$E = 22,357 - 3,312 ; F = \frac{43}{7}$$

Nach Größe ordnen, und zwar ohne TR!

- $2 \leq A \leq 1,5 \cdot 3 = 4,5$,
- $1 \leq B < 300 : 150 = 2$;
- $C \leq (-7) \cdot 3 = -21$;
- $-5 = -8 + 3 \leq D \leq -7 + 4 \leq -3$;
- $E \geq 22,312 - 3,312 = 19$;
- $6 = \frac{42}{7} \leq F \leq \frac{49}{7} = 7$

$$\Rightarrow \underline{C < D < B < A < F < E}$$

Bruchrechnung:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{5}{6} - \frac{2}{12} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Regeln: $b, d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \pm \frac{b \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

$a, b, d, c \neq 0$:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Kehrwert

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{3}{2 \cdot 3} - \frac{2}{2 \cdot 3} \right) : \left(\frac{3}{2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3} \right) \\ &= \left(\frac{3-2}{3 \cdot 2} \right) : \left(\frac{3+2}{3 \cdot 2} \right) = \frac{1}{6} : \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 5} = \frac{1}{5} \\ &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$a \neq 0$:

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{4} \right) \cdot \left[\frac{1}{\frac{a}{2}} + \frac{2}{a} \right] = \left(\frac{2a}{4} + \frac{b}{4} \right) \cdot \left[\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{a} + \frac{2}{a} \right] \\ &= \left(\frac{2a+b}{4} \right) \cdot \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{a} \right) = \frac{2a+b}{4} \cdot \frac{4}{a} = \frac{(2a+b) \cdot 4}{4a} \\ &= \frac{2a+b}{a} \left[= \frac{2a}{a} + \frac{b}{a} = 2 + \frac{b}{a} \right] \end{aligned}$$

Potenzrechnung: $m \in \mathbb{N}$: $a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}}$

Potenzgesetze: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
 $\Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Bem.: Es gibt kein Potenzgesetz für $a^m + a^n$!

$$a^m b^m = (ab)^m, \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m,$$
$$\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}, \quad \underline{(a^m)^n = a^{m \cdot n}},$$

$$a) \quad 2^{12} \cdot 2^{-11} = 2^{12+(-11)} = 2^{12-11} = 2^1 = 2.$$

$$b) \quad 4^3 \cdot 16^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = (2^2)^3 \cdot (2^4)^{-2} \cdot (2^{-1})^{-2}$$
$$= 2^6 \cdot 2^{-8} \cdot 2^2 = 2^0 = 1 \quad (x^0 = 1)$$

$$c) \quad \frac{3^{11}}{3^{-5}} \cdot (3^3)^{-5} = 3^{11-(-5)} \cdot 3^{3 \cdot (-5)} = 3^{16} \cdot 3^{-15}$$
$$= 3^1 = \underline{\underline{3}}$$

$$d) \quad \frac{3^{(3^3)}}{(3^3)^3} = \frac{3^{27}}{3^9} = 3^{18}.$$