Technische Universität Braunschweig

2. Übungsblatt

Ausgabe: 05.11.2026

Abgabe: 12.11.2026, 13:15 Uhr

Abgabe in den gelben Briefkästen vor PK 4.3 mit der Beschriftung "Lineare Algebra für Elektrotechnik WiSe 26/27 – Übungsgruppe XX"

Bitte versehen Sie Ihre Abgabe mit den Namen und Matrikelnummern beider Abgabepartner, sowie der Übungsgruppe, welcher Sie zugeordnet sind

Aufgabe 2.1 (6 Punkte)

Es seien $z, w \in \mathbb{C}$ komplexe Zahlen mit $w \neq 0$. Zeigen Sie die folgenden Identitäten.

$$(i): \quad \mathrm{Re}\{z\} = \frac{z+\overline{z}}{2}, \qquad (ii): \quad \mathrm{Im}\{z\} = \frac{z-\overline{z}}{2i}, \qquad (iii): \quad \overline{(z \cdot w)} = \overline{z} \cdot \overline{w},$$

$$(iv): \quad |z|^2 = z \cdot \overline{z}, \qquad (v): \quad |z \cdot w| = |z| \cdot |w|, \qquad (vi): \quad \frac{z}{w} = \frac{z \cdot \overline{w}}{|w|^2}.$$

Aufgabe 2.2 (2+2+2 Punkte)

(a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen.

$$(i): \quad 5e^{i\frac{3\pi}{4}}, \qquad (ii): \quad \frac{1}{2-i}, \qquad (iii): \quad (1+2i)(3-5i), \qquad (iv): \quad \frac{3-i}{1-2i}.$$

(b) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polardarstellung an.

$$(i): \quad 3-2i, \qquad (ii): \quad (2+i)e^{-i\frac{\pi}{2}}, \qquad (iii): \quad (-i)^{15}.$$

(c) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichungen.

$$(i): \quad z^5 = -1, \qquad (ii): \quad z^2 - 4z + 13 = 0.$$

Aufgabe 2.3 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass keine totale Ordnung „<“ auf den komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ existiert, sodass $\mathbb{C}$ ein geordneter Körper ist, in dem $a + c < b + c$ für alle $a, b, c \in \mathbb{C}$ mit $a < b$, und in dem $ab > 0$ für alle $a > 0$ und $b > 0$ gelten.

Aufgabe 2.4 (2+4 Punkte)

(a) Seien $z, w \in \mathbb{C}$ komplexe Zahlen. Zeigen Sie die Identität

$$\overline{z} \cdot w = \tfrac{1}{4}\big\{\big(\,|z+w|^2 - |z-w|^2\big) - i\big(\,|z+iw|^2 - |z-iw|^2\big)\big\}\,.$$

(b) Seien $z, w \in \mathbb{C}$ komplexe Zahlen. Ist $z = re^{i\varphi}$ mit $r > 0$ und $\varphi \in [0, 2\pi)$, so definieren wir die Wurzel $z^{\frac{1}{2}} := r^{\frac{1}{2}} e^{i\frac{\varphi}{2}}$. Beweisen oder widerlegen Sie die Identitäten

$$(i): \quad (z \cdot w)^2 = z^2\, w^2\,, \quad (ii): \quad (z \cdot w)^{\frac{1}{2}} = z^{\frac{1}{2}}\, w^{\frac{1}{2}}\,.$$

Aufgabe 2.5 (4 Bonuspunkte) Komplexe Leistung

Ein Motor (Reihenschaltung aus $R = 30\,\Omega$ und $X_L = 40\,\Omega$) liegt an $\underline{U} = 230\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$. Runden Sie die Endergebnisse auf 1 Nachkommastelle.

a) Geben Sie $\underline{Z} = R + jX_L$ in Polarkoordinaten an.

b) Berechnen Sie den Strom $\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z}$ in Polarkoordinaten.

c) Berechnen Sie $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$ in kartesischen Koordinaten sowie $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}\}$ und $Q = \mathrm{Im}\{\underline{S}\}$.

d) Welche Kapazität C muss parallel geschaltet werden, sodass die Parallelschaltung aus Motor und Kondensator nur Wirkleistung aus dem Netz bezieht? Hinweis: $Q_C = -U^2/X_C$ und $X_C = 1/\omega C$.