Technische Universität Braunschweig

1. Übungsblatt

Ausgabe: 29.10.2026

Abgabe: 05.11.2026, 13:15 Uhr

Abgabe in den gelben Briefkästen vor PK 4.3 mit der Beschriftung "Lineare Algebra für Elektrotechnik WiSe 26/27 – Übungsgruppe XX"

Bitte versehen Sie Ihre Abgabe mit den Namen und Matrikelnummern beider Abgabepartner, sowie der Übungsgruppe, welcher Sie zugeordnet sind

Aufgabe 1.1 (2+2+2 Punkte)

Untersuchen die folgenden Funktionen auf Surjektivität, Injektivität und Bijektivität. Geben Sie jeweils den Bildbereich der Funktion an.

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 2^x$

(b) $g : \mathcal{S}_4 \to \{-1, 1\}\,,\ \sigma \mapsto (-1)^\sigma$

(c) Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und $\sigma \in G$. Untersuchen Sie die Abbildung $h_\sigma : G \to G, \tau \mapsto \sigma \circ \tau$.

Aufgabe 1.2 (3+3 Punkte)

Zeigen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion.

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k \;=\; \frac{n(n+1)}{2}\,.$$

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\prod_{k=1}^{n}\left(1 + \frac{1}{4k^2 - 1}\right) \;<\; \frac{3n}{n+1}\,.$$

Aufgabe 1.3 (4+2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Menge $G := \mathbb{R} \setminus \{1\}$ mit der Verknüpfung $\circ$ gegeben durch

$$a \circ b \coloneqq a + b - ab$$

eine Gruppe definiert.

(b) Entscheiden Sie begründet ob es sich bei der Gruppe aus Aufgabenteil (a) um eine *abelsche* Gruppe handelt.

Aufgabe 1.4 (2+2+2 Punkte)

(a) Es sei $\mathcal{S}_n$ die Gruppe der Permutationen von n Elementen. Begründen Sie, dass $|\mathcal{S}_n| = n!$

(b) Schreiben Sie die Permutationen

$$\kappa = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

jeweils als ein Produkt der Transpositionen σ_{12}, σ_{23}, σ_{34}, σ_{45}, wobei

$$\sigma_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix},$$
$$\sigma_{34} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma_{45} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie außerdem $(-1)^{\kappa}$, $(-1)^{\pi}$ sowie $(-1)^{\pi \circ \kappa}$.

(c) Bestimmen Sie die Produkte $\tau \circ \rho$ und $\rho \circ \tau$ der Permutationen

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.5 (4 Bonuspunkte) (Impedanzberechnung Elektrolytkondensator)

Die Impedanz eines Elektrolytkondensators mit Verlusten wird bei einer Messfrequenz von 50 Hz bestimmt. Das Ersatzschaltbild besteht aus einem ohmschen Verlustwiderstand in Reihe mit der Kapazität. Die angelegte Wechselspannung ist eine komplexe Größe mit $\underline{\hat{u}} = 1{,}2\,\mathrm{V}\, e^{j30^\circ}$. Das Messgerät zeigt eine komplexe Impedanz von $\underline{Z} = (0,4 - j0,4)$ in Ohm und in cartesischer Form an.

(a) Berechnen Sie den Betrag der Impedanz!

(b) Berechnen Sie die Phase der Impedanz!

(c) Welcher komplexe Wechselstrom $\underline{\hat{i}}$ in A fließt durch den Kondensator? Bitte in Polarform angeben!

(d) Bitte zeichnen Sie die Zeiger für den Wechselstrom und die Impedanz in die komplexe Ebene ein. Benutzen Sie dazu einen Kreis, dessen Radius den Wert 2,5 (in A bzw. Ω) darstellt.