Prof. Dr. Volker Bach
M.Sc. Merten Mlinarzik

Technische Universität Braunschweig

7. Übungsblatt

Ausgabe: 21.05.2026

Abgabe: 04.06.2026, 13:15 Uhr

Abgabe in den gelben Briefkästen vor PK 4.3 mit der Beschriftung "Analysis für Elektrotechnik SoSe 26 – Übungsgruppe XX"

Bitte versehen Sie Ihre Abgabe mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe

Aufgabe 7.1 (2+3 Punkte)

Es seien $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ und $I := (a, b)$ ein offenes Intervall. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Es sei $f : I \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Dann ist f genau dann in $x_0 \in I$ differenzierbar, wenn sich die Funktion

$$g : I \setminus \{x_0\} \to \mathbb{R}\,, \; x \mapsto \frac{f(x_0) - f(x)}{x_0 - x}$$

stetig auf I fortsetzen lässt.

(b) Es sei $f : I \to \mathbb{R}$ eine auf I differenzierbare Funktion. Dann gilt

$$\Big[\forall x \in I : \; f'(x) \; = \; 0\Big] \quad \Leftrightarrow \quad \Big[\exists c \in \mathbb{R} : \forall x \in I : \; f(x) \; = \; c\Big].$$

*Bemerkung: Es sei $I \subset W \subseteq \mathbb{R}$. Eine Funktion $h : I \to \mathbb{R}$ heißt **stetig fortsetzbar auf** W wenn eine stetige Funktion $I : W \to \mathbb{R}$ mit*

$$\forall x \in I : \quad l(x) \; = \; h(x)$$

existiert.

Aufgabe 7.2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle Punkte in denen die folgenden Funktionen differenzierbar sind und geben Sie die Ableitungen der Funktionen in diesen Punkten an.

$$(a)\quad f:(0,\infty)\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto \arccos\left(\frac{x}{1+x}\right), \qquad (b)\quad g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto\sqrt{|x|}\,,$$

$$(c)\quad h:(-1,1)\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto\begin{cases} x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right), & x\neq 0\,,\\ 0\,, & x=0\,.\end{cases}$$

Dabei ist $\arccos:(-1,1)\to(0,\pi)$ die Umkehrfunktion von $\cos:(0,\pi)\to(-1,1)$.

Aufgabe 7.3 (1+2+2 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Funktionen jeweils zwei nichtleere Intervalle an, auf welchen die Funktionen monoton fallend beziehungsweise steigend sind.

$$(a)\quad f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto(x+1)^4-4x\,, \qquad (b)\quad g:(0,1)\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto xe^{-x^2}\,,$$

$$(c)\quad h:(0,2\pi)\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto\arcsin(\cos(x))\,.$$

Dabei ist $\arcsin:(-1,1)\to(-\pi/2,\pi/2)$ die Umkehrfunktion von $\sin:(-\pi/2,\pi/2)\to(-1,1)$.

Aufgabe 7.4 (2+3 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle lokalen Minima und Maxima der folgenden Funktionen. Überprüfen Sie die Funktionen außerdem auf die Existenz von globalen Minima und Maxima und geben Sie diese gegebenenfalls an.

$$(a)\quad f:(0,2)\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto\frac{1+x}{x} \qquad (b)\quad g:[0,\infty)\to\mathbb{R}\,,\ x\mapsto x^3e^{-x}$$

Aufgabe 7.5 (4 Bonuspunkte) (Stetige Differenzierbarkeit)

(a) Bestimmen Sie den Differentialquotienten für die Betragsfunktion $y=|x|$ für positive x und für negative x. Wie lautet die Ableitung der Betragsfunktion für $x\neq 0$?

(b) Existiert ein Grenzwert für $x=0$ und ist die Funktion $y=|x|$ stetig differenzierbar?

(c) Der Strom für eine Kondensatorentladung wird durch das Produkt aus Heaviside-Funktion und Exponentialfunktion beschrieben. Bestimmen Sie den Differentialquotienten für das Produkt aus Heaviside-Funktion und Exponentialfunktion $f(x)=\theta(x)e^{-x}$. für positive x und für negative x und wie lautet die Ableitung der Funktion für $x\neq 0$?

(d) Existiert ein Grenzwert für $x=0$ und ist die Funktion aus c) stetig differenzierbar?