



3. Übungsblatt

Ausgabe: 23.04.2026

Abgabe: 30.04.2026, 13:15 Uhr

Abgabe in den gelben Briefkästen vor PK 4.3 mit der Beschriftung

"Analysis für Elektrotechnik SoSe 26 – Übungsgruppe XX"

Bitte versehen Sie Ihre Abgabe mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe

Aufgabe 3.1 (5 Punkte)

Untersuchen Sie die nachstehenden Zahlenfolgen auf Konvergenz. Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert der Folge.

(a) Sei $\alpha > 0$ und sei $(a_n)_{n=1}^{\infty} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$a_n := \frac{1 + n^2 - 3n^{10}}{-n + 24n^5 + \alpha n^{10}}.$$

(b) Sei $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$ und sei $(b_n)_{n=1}^{\infty} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$b_n := z^n.$$

Aufgabe 3.2 (2+3 Punkte)

Es seien $(a_n)_{n=1}^{\infty}, (b_n)_{n=1}^{\infty} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ zwei beschränkte reelle Zahlenfolgen. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Es gilt

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \{s_n\} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \{s_n\}.$$

(b) Es sei $a_n \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \{b_n\}, \quad \limsup_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \{b_n\}.$$

Aufgabe 3.3 (5 Punkte)

Untersuchen Sie die Zahlenfolge $(a_n)_{n=1}^{\infty} \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$, gegeben durch

$$a_n := e^{n\pi i^n},$$

auf Konvergenz und bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folge.

Bemerkung: In der Definition von a_n bezeichnet i die imaginäre Einheit.

Aufgabe 3.4 (5 Punkte)

Es sei $c > 0$. Die Folge $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_1 = 1 + c, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{c}{a_n} \right).$$

Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergiert. Bestimmen Sie außerdem den Grenzwert der Folge.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $a_n > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt. Zeigen Sie anschließend, dass $a_n^2 \geq c$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, indem Sie

$$\forall 0 \neq x \in \mathbb{R} : \quad \left(x + \frac{c}{x} \right)^2 \geq 4c$$

zeigen.