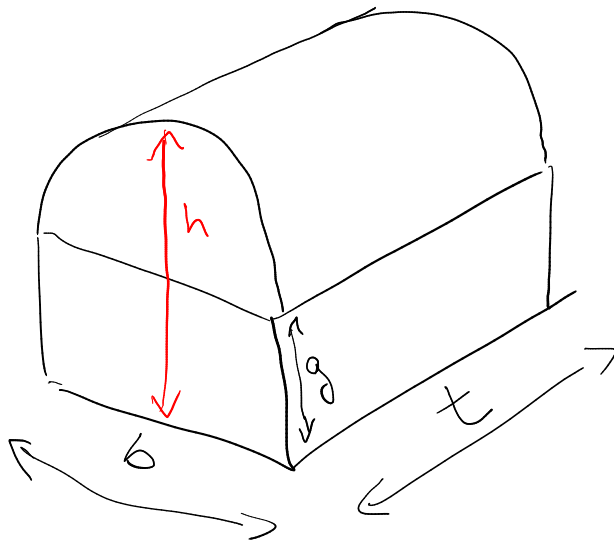


$V = \text{Volumen}$



$$V = V_Q + V_Z, \quad V_Q = b \cdot t \cdot g = b \cdot t \cdot \left(h - \frac{b}{2}\right)$$

$$V_Z = t \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{2} \quad h - g = \frac{b}{2} \Rightarrow g = h - \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow V = t \cdot b \cdot \underbrace{\left(h - \frac{b}{2}\right)}_{=g} + \frac{\pi}{8} \cdot b^2 \cdot t \quad (*)$$

$$F = 2 \cdot b \cdot g + 2 \cdot t \cdot g + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi + t \cdot \pi \cdot \frac{b}{2}$$

geg. ist: V, t, b , gesucht ist: F

Problem: g ist unbekannt, Lösung: Löse (*) nach g auf.

$$(*) \Leftrightarrow t \cdot b \cdot g = V - \frac{\pi}{8} b^2 t \quad | : t \cdot b$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{V}{t \cdot b} - \frac{\pi}{8} b$$

jetzt in Geg. für F einsetzen:

$$F = 2(b+t) \cdot \left(\frac{V}{t \cdot b} - \frac{\pi}{8} b\right) + \frac{\pi}{4} \cdot b^2 + \frac{\pi}{2} \cdot b \cdot t$$

$$V = 1296,05 \text{ m}^3$$

$$b = 13,8 \text{ m}, \quad t = 8,59 \text{ m}$$

$$\Rightarrow F = \left\{ 2(13,8 + 8,59) \cdot \left[\frac{1296,05}{13,8 \cdot 8,59} - \frac{\pi}{8} \cdot 13,8 \right] + \frac{\pi}{4} (13,8)^2 + \frac{\pi}{2} (13,8) \cdot (8,59) \right\} \text{ m}^2$$

$$= (44,78) \cdot [10,933 - 5,419] + 149,578 + \boxed{186,200}$$

$$= 582,64 \text{ m}^2$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist diff'bar bei $x_0 \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \left\{ \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right\} = f'(x_0)$$

Wir sagen $\lim_{x \rightarrow x_0} \{g(x)\} = \gamma$ falls

für jede Folge $x_n, n=1,2,\dots$, die gegen x_0 konvergiert, gilt, dass $g(x_n)$ gegen γ konvergiert.

Z.B. $x_n = x_0 + \frac{1}{n}$ ist eine Folge mit $x_n \rightarrow x_0, n \rightarrow \infty$, und man fordert wir, dass $g(x_0 + \frac{1}{n}) \rightarrow \gamma$, für $n \rightarrow \infty$, konvergiert.

In der Praxis bedeutet dies, dass

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} - f'(x_0)$$

$$= \frac{1}{h} \{ f(x_0+h) - f(x_0) - f'(x_0) \cdot h \}$$

beliebig klein ist, wenn $|h|$ klein wird. Bsp:

$$f(x) = x^3, \quad x_0 = 5.$$

Für $h \neq 0$ ist

$$f(x_0+h) - f(x_0)$$

$$= (x_0+h)^3 - x_0^3 = (x_0+h)(x_0+h)^2 - x_0^3$$

$$= (x_0+h)(x_0^2 + 2hx_0 + h^2) - x_0^3$$

$$= \cancel{x_0^3} + \underline{2hx_0^2} + \underline{x_0 \cdot h^2} + \underline{hx_0^2} + \underline{2h^2x_0} + \cancel{h^3} - \cancel{x_0^3}$$

$$= h[3x_0^2 + 3x_0h + h^2]$$

Somit erhalten wir, dass für $h \neq 0$

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \underline{3x_0^2 + 3x_0h + h^2}$$

Jetzt fragen wir nach dem Verhalten von  für kleine $|h|$:

$$\left| \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} - \underbrace{3x_0^2}_{\text{red circle}} \right| = |3x_0h + h^2|$$

$$\leq \underbrace{3|x_0| \cdot |h| + h^2}$$

$\rightarrow 0$, für $|h| \rightarrow 0$

Es folgt, dass

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \right\} = 3x_0^2.$$

also ist $f'(5) = 3 \cdot 5^2 = \underline{\underline{75}}.$

Komplexe Zahlen $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$,

$$z = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\underline{1}} + b \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\underline{i}} = a \cdot \underline{1} + b \cdot \underline{i}$$

11^h löst man weg.

$$z = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 3 + 4i, \quad w = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = 5 - 2i$$

$$Z + W = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+5 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= (3+4i) + (5-2i) = 8 + 2i$$

$$z \cdot w = (3+4i)(5-2i) = 15 + 20i - 6i - 8i^2$$

$$= 15 + 8 + (20 - 6)i = 23 + 14i$$

$$\frac{w}{z} = \frac{w \cdot \bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = \frac{(5-2i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}$$

$$= \frac{15 - 20i - 6i + 8i^2}{9 + \cancel{12i} - \cancel{12i} - 16i^2} = \frac{7 - 26i}{9 + 16}$$

$$= \frac{7}{25} - \frac{26}{25} i$$

Polarzerstellung:

$$z = a + ib = r \cdot e^{i\varphi} \neq 0, \quad r > 0, \quad \varphi \in [0, 2\pi).$$

dabei sind

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = |z|$$

und φ ist bestimmt durch

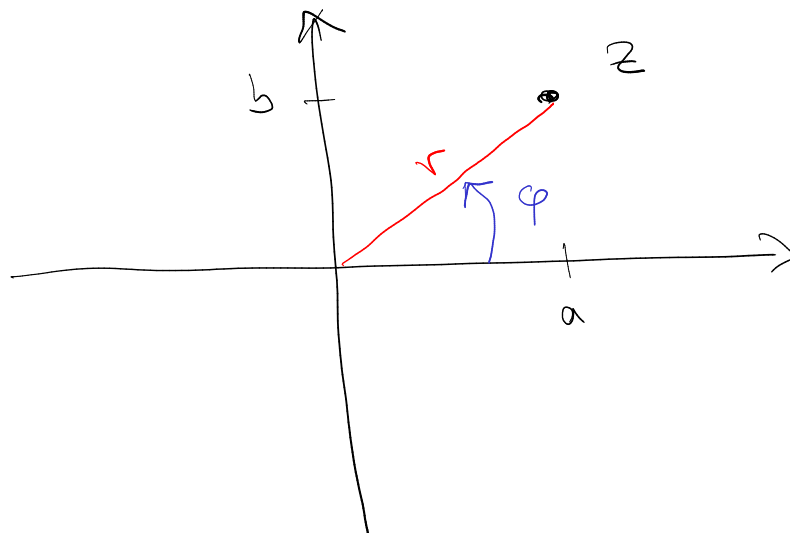
$$\cos(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin(\varphi) = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Beachte: φ ist nur bis auf ganzzahlige Vielfache von 2π bestimmt, da

$$\cos(\varphi + k \cdot 2\pi) = \cos(\varphi),$$

$$\sin(\varphi + k \cdot 2\pi) = \sin(\varphi),$$

für jede ganze Zahl $k \in \mathbb{Z}$.



Umrechnung von Radian in Grad:

$$2\pi \text{ Rad} = 360^\circ$$

Frage: Wie viel Rad sind 60° ?

Antwort: $x \text{ Rad} = 60^\circ = \frac{1}{6} \cdot (360^\circ) = \frac{2\pi}{6} \text{ Rad}$
 $= \frac{\pi}{3} \text{ Rad} \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{3}}$

Berechne: $z = 1 + i$ in Polardarst. ($a=1, b=1$)

$$r = |z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$\varphi: \cos(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin(\varphi) \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$\varphi = 45^\circ = \frac{45}{360} \cdot (360^\circ) = \frac{45}{360} (2\pi \text{ Rad})$$

$$= \frac{5}{40} \cdot 2\pi \text{ Rad} = \frac{\pi}{4} \text{ Rad}$$

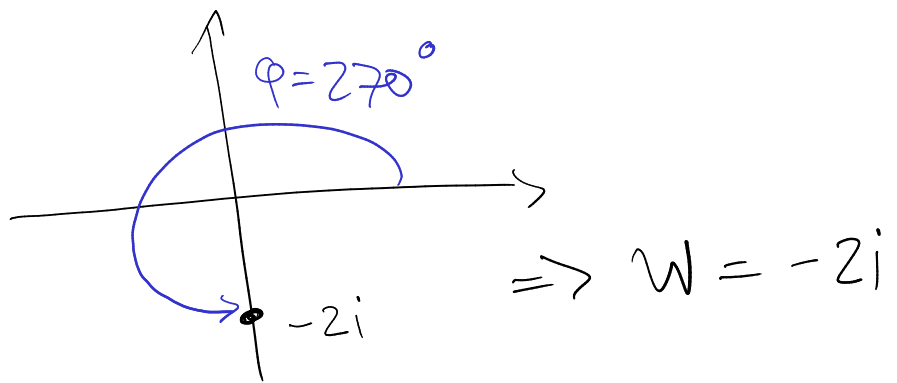
$$\Rightarrow z = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$$

Umgekehrt: $w = 2 \cdot e^{i\frac{3\pi}{2}}$ Frage: was ist

$$w = c + id?$$

$$w = r \cdot e^{i\varphi} \Rightarrow r = 2,$$

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} \text{ Rad} = \frac{3\pi}{2 \cdot 2\pi} \cdot (2\pi \text{ Rad}) = \frac{3}{4} \cdot (2\pi \text{ Rad})$$
$$= \frac{3}{4} \cdot (360^\circ) = 270^\circ$$



Sei $w = 1+i$. Berechne alle Lsgn von $(z-1)^5 = w$.

AW: Wir wissen aus voriger Aufgabe, dass $w = \sqrt{2} \cdot e^{i\pi/4}$. Wenn wir $\xi = z-1$ einführen und $\xi = \rho \cdot e^{i\alpha}$ schreiben, dann muss

$$2^{1/2} \cdot e^{i\pi/4} = w = \xi^5 = \rho^5 \cdot e^{i5\alpha}$$

gelten.

$$\Rightarrow \rho^5 = 2^{1/2} \Rightarrow \rho = \sqrt[5]{2} > 0$$

$$\Rightarrow e^{i\pi/4} = e^{i(\pi/4 + k \cdot 2\pi)} = e^{i5\alpha}$$

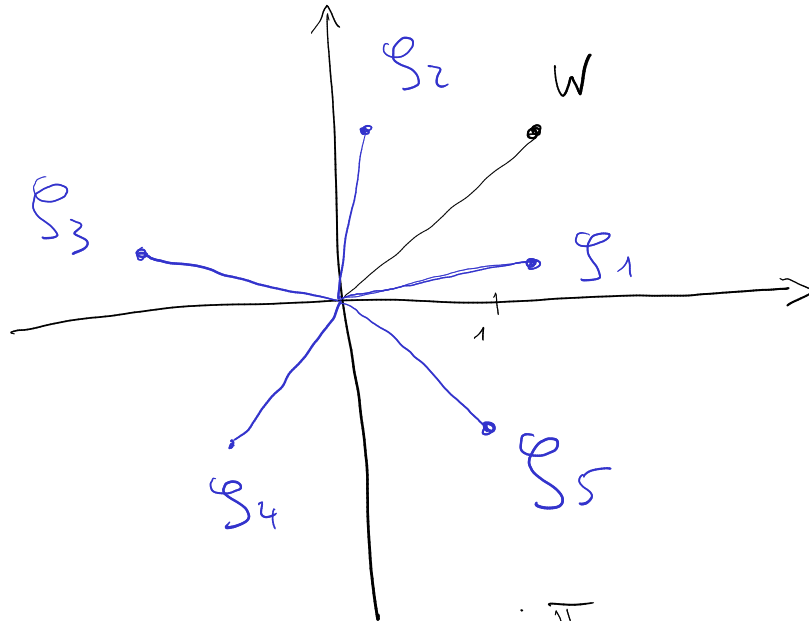
muss für eine ganze Zahl $k \in \mathbb{Z}$ gelten.

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right), \quad \alpha_2 = \frac{1}{5} \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right),$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{5} \left(\frac{\pi}{4} + 2 \cdot 2\pi\right), \quad \alpha_4 = \frac{1}{5} \left(\frac{\pi}{4} + 3 \cdot 2\pi\right), \quad \alpha_5 = \frac{1}{5} \left(\frac{\pi}{4} + 4 \cdot 2\pi\right)$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{20}, \alpha_2 = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}, \alpha_3 = \frac{\pi}{20} + \frac{4\pi}{5}$$

$$\alpha_4 = \frac{\pi}{20} + \frac{6\pi}{5}, \alpha_5 = \frac{\pi}{20} + \frac{8\pi}{5}$$



$$z_1 = 1 + g_1 = 1 + \sqrt[10]{2} \cdot e^{i \frac{\pi}{20}}$$

$$z_2 = 1 + g_2 = 1 + \sqrt[10]{2} \cdot e^{i \left(\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} \right)}$$

$$\vdots$$