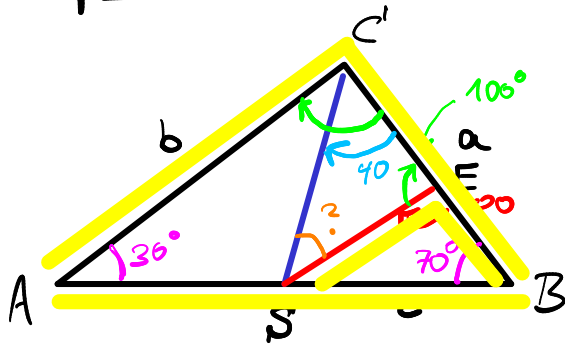


Kap. V : Geometrie



Im Dreieck ist Summe
des Innenwinkel 180°

$$\Rightarrow \angle BCA = 180^\circ - 36^\circ - 70^\circ = 80^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BCS = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ$$

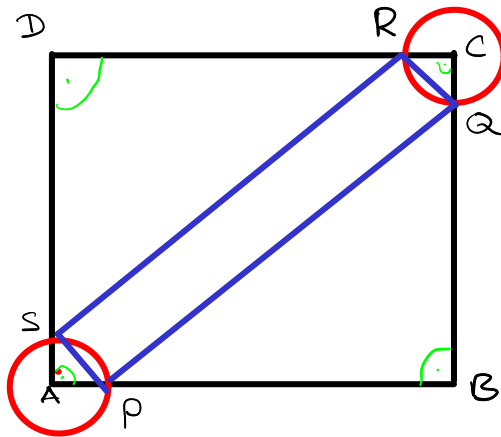
$$\angle BES = \angle BCA = 80^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SEC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CSE = 180^\circ - 40^\circ - 100^\circ = \underline{\underline{40^\circ}}$$

Wir haben verwendet:

- Winkelsumme im Dreieck ist immer $180^\circ (= \pi)$
- Ähnlichkeit der Winkel



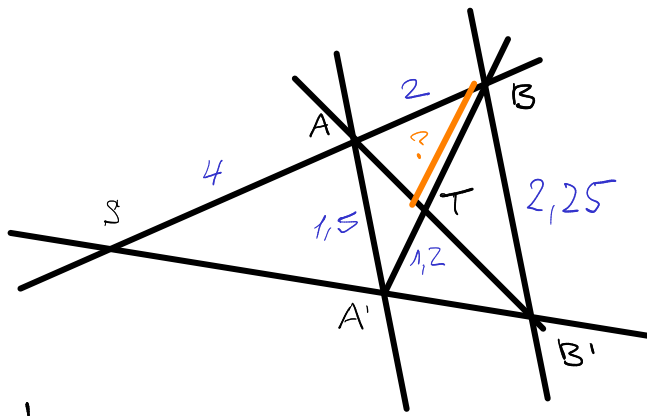
• $SPQR$ ist ein
Rechteck

$$|SD| = |DR|$$

$\Rightarrow \triangle SRD$ ist
gleichschenkelig

• genauso: $\triangle PBQ$,
 $\triangle RQC$, $\triangle APS$ alle
gleichschenkelig

- Alle Dreiecke $\triangle SRD$, $\triangle PBQ$,
 $\triangle RQC$, $\triangle APS$ sind alle auch rechtwinklig
- keines dieser Dreiecke sind gleichseitig,
da sie rechtwinklig sind.



Strahlensatz:

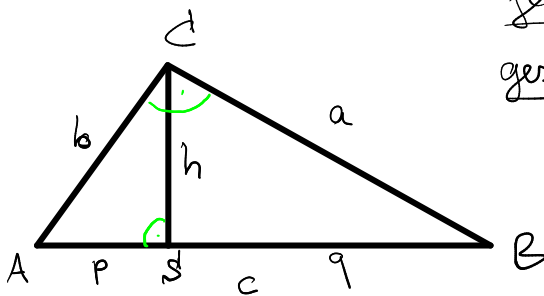
$$\frac{|SA|}{|SB|} = \frac{|AA'|}{|BB'|} \Rightarrow \frac{4}{4+2} = \frac{1,5}{|BB'|} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{2|BB'|} \quad | \cdot |BB'| \cdot \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow |BB'| = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \text{ cm} = \frac{9}{4} \text{ cm}$$

$$\frac{|AA'|}{|BB'|} = \frac{|AT|}{|BT|} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1,2}{|BT|} \quad | \cdot |BT| \cdot \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow |BT| = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{18}{10} = 1,8 \text{ cm}$$

(Wir sehen, dass die Berechnung von $|BB'|$ überflüssig war - trotzdem sollte man so vorgehen, dass möglichst viele, möglicherweise am Ende unnütze Informationen gesammelt werden.)



geg.: $h=6$; $b=6,8$; $q=11,25$

ges.: a, c, p

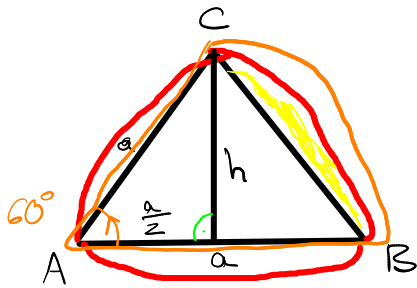
Satz von Pythagoras:

$$b^2 = p^2 + h^2$$

$$\Rightarrow p = \sqrt{b^2 - h^2} = \sqrt{10,24} = 3,2 \text{ cm} \Rightarrow c = p + q = 14,45 \text{ cm}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 = (p + q)^2 = (14,45 \text{ cm})^2 = 208,8025 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{208,8025 - 46,24} \text{ cm} = \sqrt{162,5625} \text{ cm} = 12,75 \text{ cm}$$



$$a = 4 \text{ cm}$$

- Was ist die Gesamtfläche F der Figur?

Pythagoras $\Rightarrow$

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 = h^2 + \frac{1}{4}a^2$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}a$$

- Fläche des Dreiecks $\triangle ABC$: $|\triangle ABC| = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot a^2$

- orange Fläche = $\frac{1}{6}$ der Kreisfläche = $\frac{1}{6} \cdot (a^2 \pi) = \frac{\pi}{6} \cdot a^2$

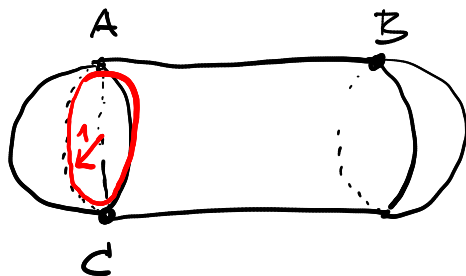
$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{gelbe Fläche} &= \text{orange Fläche} - |\triangle ABC| \\ &= \frac{\pi}{6} a^2 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4}} a^2 = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4}}\right) a^2 \end{aligned}$$

- Gesamtfläche = $|\triangle ABC| + 3 \cdot (\text{orange Fläche})$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4}} a^2 + 3 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4}}\right) a^2$$

$$= \left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) a^2 = (1,5708 - 0,86603) a^2$$

$$= (0,7048) \cdot 16 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{11,28 \text{ cm}^2}}$$



$|AB| = 4, |AC| = 2$
 ges.: Oberfläche + Volumen
 des Figurs

Volumenberechnung: Radius $r = 1 \Rightarrow$

$$\text{Zylindervolumen} = \text{Deckelfläche} \cdot \text{Höhe} \\ = r^2 \cdot \pi \cdot |AB| = 1^2 \cdot \pi \cdot 4 \underset{\text{cm}^2}{=} 4\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Kugelvolumen} = \frac{4\pi}{3} r^3 = \frac{4\pi}{3} \text{ cm}^3$$

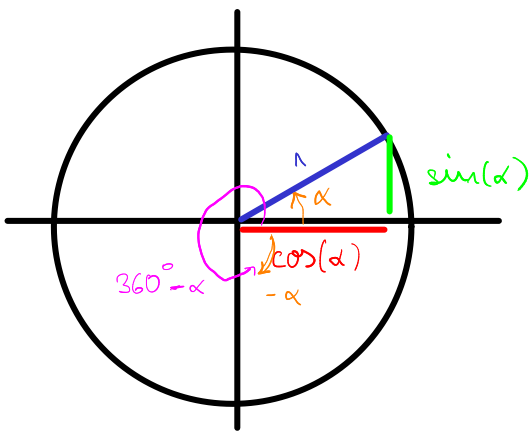
$$\begin{aligned} \text{Figurvolumen} &= \text{Zylindervol} + 2 \cdot \text{Halbkugelvolumen} \\ &= \text{Zylindervol} + \text{Kugelvolumen} \\ &= 4\pi \left(1 + \frac{1}{2}\right) \text{ cm}^3 = \frac{16}{3} \pi \text{ cm}^3 = 1676 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Oberfläche:

$$\begin{aligned} &\text{Zylinderoberfläche (ohne Deckel)} \\ &= \text{Deckelumfang} \cdot \text{Höhe} = 2\pi r \cdot 4 \text{ cm} \\ &= 8\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Kugeloberfläche} = 4\pi r^2 = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Gesamtoberfläche} &= \text{Zyl. oberfl.} + 2 \cdot \text{Halbkugeloberfl.} \\ &= (8\pi + 4\pi) \text{ cm}^2 = 12\pi \text{ cm}^2 = 37,70 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



a) $\alpha = -10^\circ$ b) $\beta = 300^\circ$

c) $\gamma = 1000^\circ$ d) $\delta = 550^\circ$

Aufgabe: Bestimme $\alpha', \beta', \gamma', \delta'$ zwischen 0° und 90° so, dass
 $\cos(\alpha') = |\cos(\alpha)|$, $\sin(\alpha') = |\sin(\alpha)|$,
 usw. für β', γ', δ'

$$\cos(\varphi) = \cos(-\varphi), \quad \sin(-\varphi) = -\sin(\varphi)$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos(10^\circ) = \cos(-10^\circ) = |\cos(-10^\circ)|, \\ \sin(10^\circ) = -\underbrace{\sin(-10^\circ)}_{<0} = |\sin(-10^\circ)| \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha' = 10^\circ}}$$

$$\cos(300^\circ) = \cos(-300^\circ) = \cos(360^\circ - 300^\circ) = \cos(60^\circ) > 0$$

$$\sin(300^\circ) = -\sin(-300^\circ) = -\sin(360^\circ - 300^\circ) = -\sin(60^\circ) < 0$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \cos(60^\circ) = |\cos(300^\circ)|, \\ \sin(60^\circ) = -\sin(300^\circ) \\ \quad \quad \quad = |\sin(300^\circ)| \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \beta' = 60^\circ$$