Institut für Analysis und Algebra
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Volker Bach, Dr. Konstantin Merz

Wintersemester
2021/22

Lineare Algebra 1
Vorbereitendes Präsenzübungsblatt 1

Ausgabe am 01.11.2021, keine Abgabe, Bearbeitung und Besprechung in den Präsenzübungen vom 01.11.-05.11.2021

Aufgabe K0.1

Seien M, N Mengen, $f : M \to N$ eine Abbildung und $f^{-1}(Y) := \{x \in M \mid f(x) \in Y\}$ für alle $Y \subseteq N$ das Urbild von Y. Zeigen Sie für alle $A, B \subseteq M$ und $C, D \subseteq N$:

a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

b) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$

c) $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$

d) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$.

Warum gilt in b) im Allgemeinen keine Gleichheit?

Aufgabe K0.2

Seien X, Y, Z Mengen, $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$ Abbildungen und $g \circ f : X \to Z$ deren Komposition. Zeigen Sie:

(a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv. Muss auch g injektiv sein? (Beweis oder Gegenbeispiel)

(b) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv. Muss auch f surjektiv sein? (Beweis oder Gegenbeispiel)

Beweis. □

Aufgabe K0.3

Seien M eine endliche Menge und $\mathfrak{P}(M) := \{N \mid N \subseteq M\}$ deren Potenzmenge. Zeigen Sie, dass es keine surjektive Abbildung $f : M \to \mathfrak{P}(M)$ gibt.

Hinweis: Betrachten Sie zu einer beliebigen Abbildung f die Teilmenge $X := \{x \in M \mid x \notin f(x)\} \in \mathfrak{P}(M)$ und zeigen Sie, dass $X \notin f(M)$.

Beweis. □